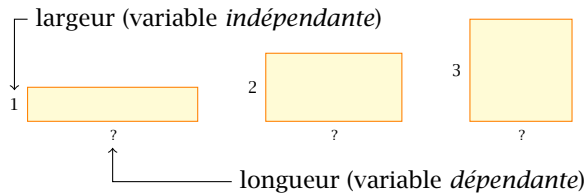


1 La notion de fonction

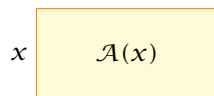
Exercice 1

Nous nous proposons d'étudier les rectangles que l'on peut construire à l'aide d'un fil de longueur 12 cm :



Chacun de ces rectangles peut être décrit par deux variables : la largeur et la longueur. Mais nous constatons immédiatement que ces deux variables ne sont pas indépendantes, puisqu'elles doivent vérifier une contrainte.

1. Comment décrire la relation, la correspondance, entre ces deux variables, en choisissant la largeur x comme variable indépendante?
2. Exprimez l'aire du rectangle en fonction de x . Nous allons noter \mathcal{A} la fonction ainsi définie.



Quel est le domaine de définition de \mathcal{A} ? Quel est le domaine d'existence de l'expression analytique de \mathcal{A} ?

3. Construisez un tableau des images pour \mathcal{A} :

x	0,5	1	1,5	2	2,5	...	6
$\mathcal{A}(x)$							

où x représente la largeur (en cm) d'un rectangle.

4. Décrivez le sens de variation de \mathcal{A} .
5. Déterminez la représentation graphique de cette fonction.
6. Démontrez que, pour tout x on a :

$$x \cdot (6 - x) \leq 9$$

7. Formulez un théorème concernant l'aire des rectangles de même périmètre.

Exercice 2

Considérons les rectangles d'aire 9 cm^2 .

1. Soit x la largeur d'un tel rectangle. Notons $\mathcal{L}(x)$ sa longueur en fonction de sa largeur x . Déterminez l'expression analytique de \mathcal{L} .
2. Construisez pour la fonction \mathcal{L}

- un tableau des images
- une représentation graphique.

3. Notons $\mathcal{P}(x)$ le périmètre d'un rectangle de largeur $x \text{ cm}$ et d'aire 9 cm^2 . Construisez pour la fonction \mathcal{P}
 - un tableau des images
 - une représentation graphique.

4. Démontrez que l'on a pour tout x :

$$2x + \frac{18}{x} \geq 12$$

5. Formulez un théorème concernant le périmètre des rectangles de même aire.

Exercice 3

1. Un rectángulo tiene un perímetro de 20 m. Expresa el área del rectángulo como función de la longitud de uno de sus lados.
2. Un rectángulo tiene un área de 16 m^2 . Expresa su perímetro como función de la longitud de uno de sus lados.

Exercice 4

Expresa el área superficial de un cubo como función de su volumen.

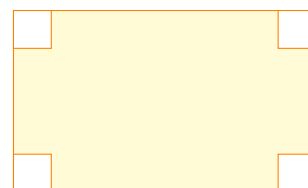
Exercice 5

Un recipiente rectangular para almacenamiento, con su parte superior abierta, tiene un volumen de 10 m^3 . La longitud de su base es el doble de su ancho. El material para la base cuesta 10 dólares por metro cuadrado y el material para los lados, cuesta 6 dólares por metro cuadrado.

Expresa el costo del material como función del ancho de la base.

Exercice 6

Debe construirse una caja con su parte superior abierta a partir de un tronzo rectangular de cartón que tiene las dimensiones de 12 pulg. por 20 pulg., recortando cuadrados iguales de lado x en cada una de las esquinas y, a continuación, doblando los lados como se ilustra en la figura.



Expresa el volumen \mathcal{V} de la caja como función de x .

2 La notion de bijection

Exercice 7

Une des conséquences du réchauffement de notre planète est la fonte des glaces de certains glaciers. Douze ans après la disparition de la glace, de minuscules plantes — appelées lichens — font leur apparition sur les rochers. Au long de sa croissance, chaque lichen se développe à peu près en forme de cercle. La *relation* entre le diamètre de ce cercle et l'âge du lichen peut être calculée de manière approximative par la formule :

$$d = 7 \cdot \sqrt{t - 12} \quad \text{pour } t \geq 12$$

où d est le diamètre du lichen en millimètres et t le nombre d'années écoulées après la disparition de la glace.

1. En utilisant la formule, calculez le diamètre du lichen, 16 ans après la disparition de la glace.
2. En considérant d comme *fonction* de t , déterminez le *domaine d'existence* et le *domaine des valeurs* de cette fonction.
3. Aliénor a mesuré le diamètre d'un lichen et a trouvé 35 mm. Depuis combien d'années la glace a-t-elle disparu à cet endroit précis ?
4. Est-ce que cette fonction est une *bijection*? Si oui, déterminez sa *bijection réciproque*.

Exercice 8

Nous savons depuis GALILÉE et NEWTON que la *chute libre* d'un corps abandonné sans vitesse initiale est décrite (approximativement) par

$$d = 4,95 \cdot t^2$$

où d est la distance (exprimée en m) parcourue par le corps pendant le temps t (exprimé en s).

1. Déterminez la distance parcourue par une pierre dont la chute dure 8 s.
 2. Complétez le tableau des images :
- | | | | | | |
|-----|---|---|---|----|----|
| t | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 |
| d | | | | | |
3. Déterminez la durée de la chute d'un corps tombé d'une hauteur de 20 m.
 4. Complétez le tableau des images :

d	10	20	40	80
t				

5. On lâche une pierre sans vitesse du haut d'un puits. On entend « plouf » 3 s après le lâcher. Quelle est la profondeur du puits (la vitesse du son dans l'air est 340 m/s).

6. Vous lâchez de la même hauteur un marteau et une plume : lequel des deux objets va toucher le sol en premier ?¹

Exercice 9

Divers systèmes de mesure des températures ont vu le jour au cours des siècles, dont certains sont encore utilisés aujourd'hui : nous utilisons le système inventé par Anders CELSIUS (astronome et physicien suédois, 1701-1744) tandis que le système mis au point par Daniel FAHRENHEIT (physicien allemand, 1686-1736) est très répandu dans les pays anglo-saxons.

Chacun des deux systèmes divise l'intervalle entre la température de la glace fondante et la température de l'eau bouillante en parties égales.

Cependant, dans le système FAHRENHEIT, la glace fond à 32 F et l'eau bout à 212 F.

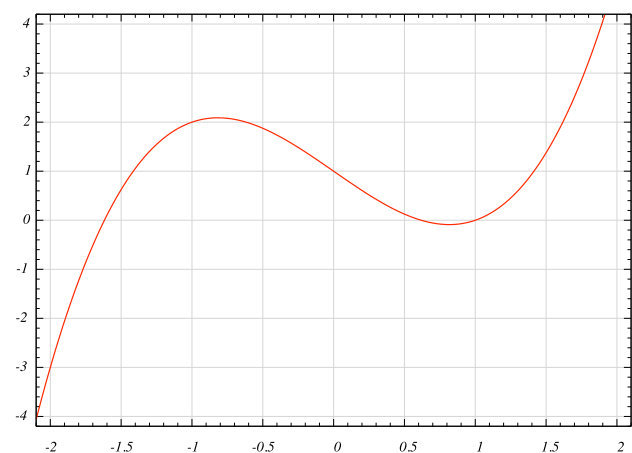
1. Dans le système CELSIUS, quelle est la température qui correspond à 36 F; 28 F; 167 F?
2. Déterminez la fonction qui donne C en fonction de F. Quel est le type de cette fonction? Est-ce une *bijection*?
3. Déterminez la formule qui donne F en fonction de C (c'est-à-dire la *bijection réciproque* de la fonction précédente).
4. Dans le système FAHRENHEIT, quelle est la température qui correspond à 10 C; 30 C; 75 C; 4 C; 28 C?

3 Interprétation de graphiques

Exercice 10

Voici la *représentation graphique* de la fonction f d'expression analytique

$$f : x \mapsto x^3 - 2 \cdot x + 1$$

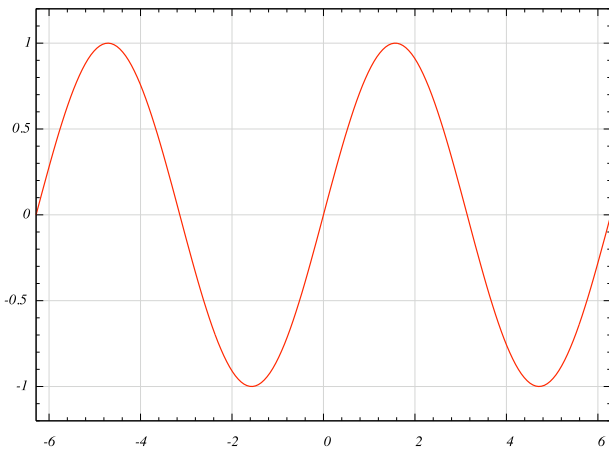


1. Les astronautes de la mission Apollo 15 ont réalisé à ce sujet une expérience très convaincante sur la Lune, dont voici le film : <http://www.youtube.com/watch?v=5v50D1TsSaQ>

- Déterminez les *images* $f(-1)$, $f(0)$, $f(1)$: graphiquement et algébriquement.
- Résolvez graphiquement l'équation $f(x) = 0$. (Vérifiez les valeurs obtenues à l'aide de votre calculatrice.)
- Discutez graphiquement l'équation $f(x) = k$.
- Est-ce que la fonction f est *surjective*, *injective*?
- Déterminez les *antécédents* de 1, c'est-à-dire les nombres x tels que $f(x) = 1$.
- Déterminez l'ensemble $f^{-1}(\{0\})$

Exercice 11

Voici le *graphe* de la *fonction* sinus :



- Déterminez à l'aide de cette figure une *valeur approchée* de $\sin(-3)$, $\sin(2)$.
- Déterminez des valeurs approchées des *antécédents* de 0.

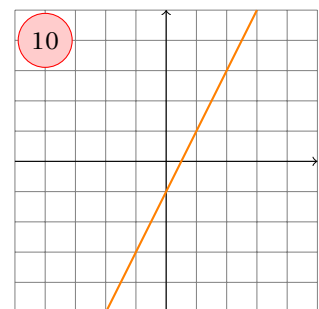
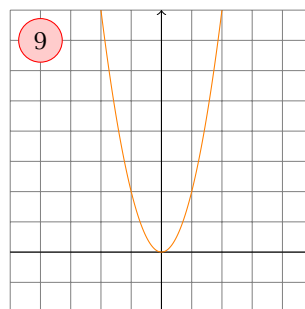
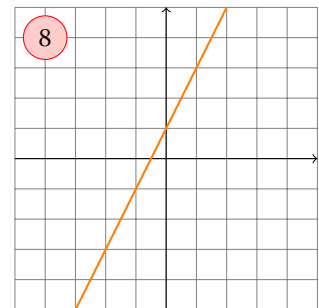
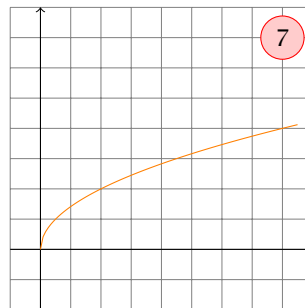
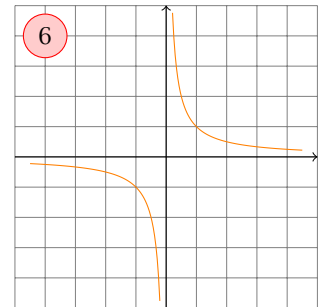
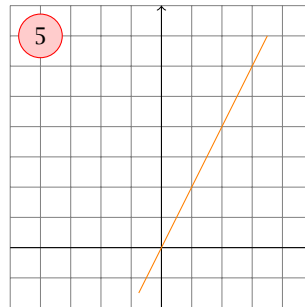
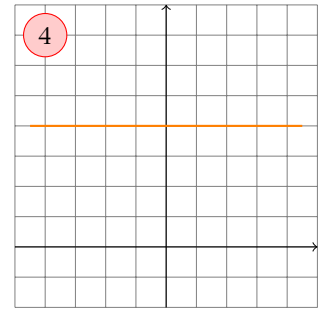
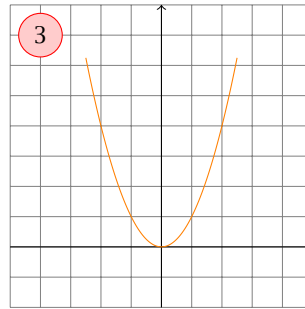
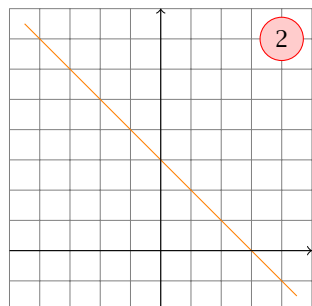
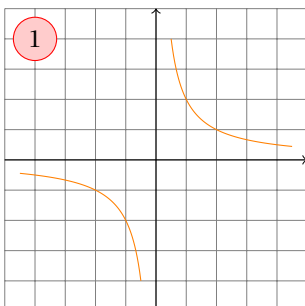
Exercice 12

Indiquez pour chacune des *expressions analytiques* suivantes le *graphe* correspondant :

$$f(x) = 2x^2 \quad j(x) = \frac{2}{x} \quad m(x) = -x + 1$$

$$h(x) = 2x + 1 \quad k(x) = 2x \quad n(x) = \frac{1}{x}$$

$$i(x) = \sqrt{x} \quad l(x) = x^2 \quad o(x) = 2$$



Exercice 13

Est-ce que tout *graphe* représente une *fonction*? Parmi les *graphiques* proposés, quels sont ceux d'une *fonction*?

