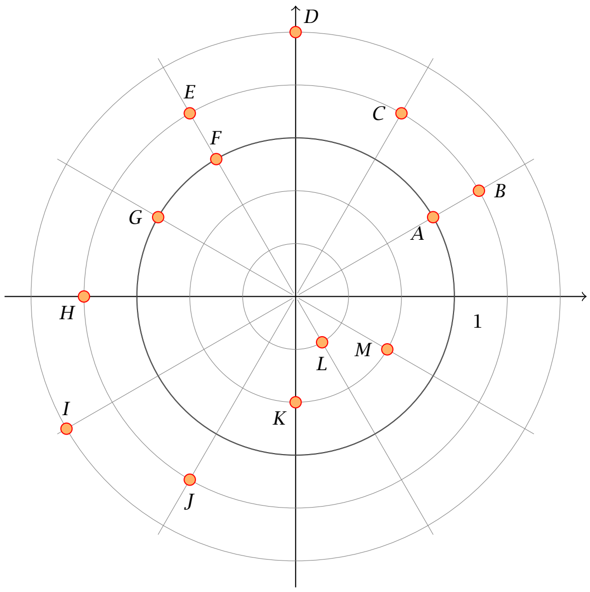
1 Coordonnées polaires

Exercice 1

Déterminez les *coordonnées polaires* des points indiqués. En déduire les *coordonnées cartésiennes*.



Exercice 2

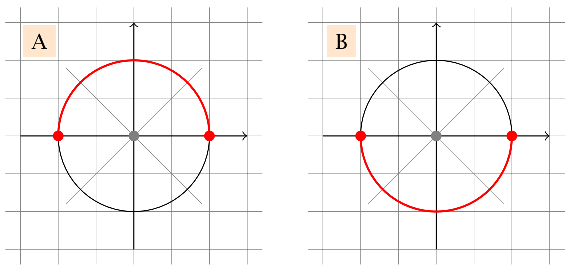
Représentez les parties du plan données en coordonnées polaires :

1. $\left\{M(r,\theta) \mid \sin\theta \geq \frac{1}{2};\ r \leq 3\right\}$
2. $\left\{M(r,\theta) \mid \cos\theta \leq -\frac{1}{4};\ r \geq 2\right\}$
3. $\left\{M(r,\theta) \mid |\sin\theta| \leq 0{,}2;\ r \geq 0{,}4\right\}$
4. $\left\{M(r,\theta) \mid 0 \leq \cos\theta \leq \frac{1}{3};\ \frac{1}{2} \leq r \leq 1\right\}$
5. $\left\{M(r,\theta) \mid -0{,}5 \leq \sin\theta \leq 0;\ 1 \leq r \leq 2\right\}$
6. $\left\{M(r,\theta) \mid |\cos\theta| \geq 0{,}6;\ r \leq 0{,}8\right\}$

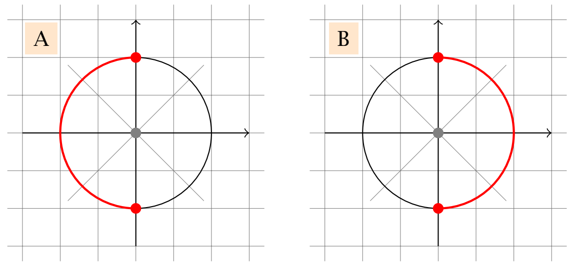
Exercice 3

Décris, en termes d'intervalles de réels, les parties de cercle trigonométrique données dans les figures suivantes. Indiquez les valeurs correspondantes des fonctions trigonométriques cos, sin et tan.

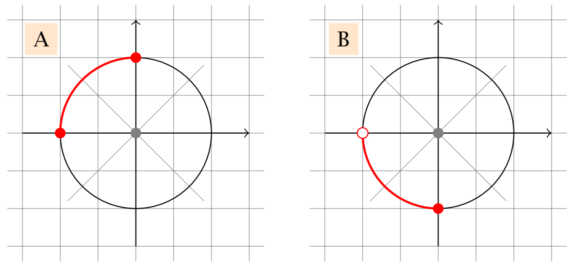
1.



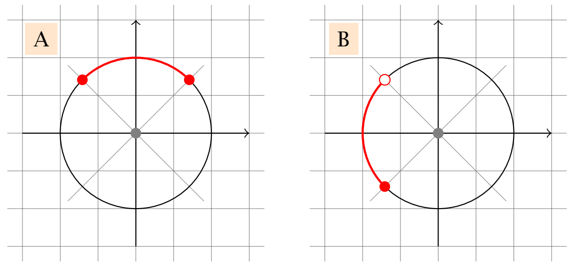
2.



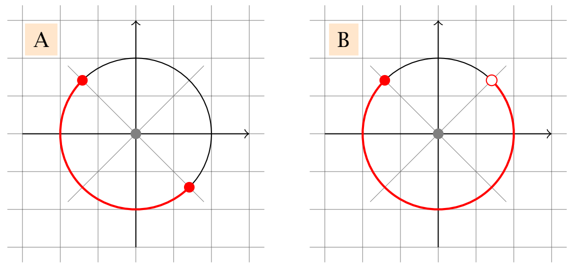
3.



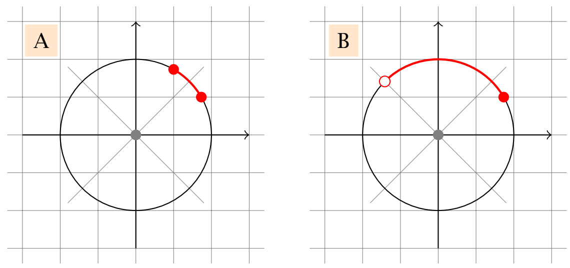
4.



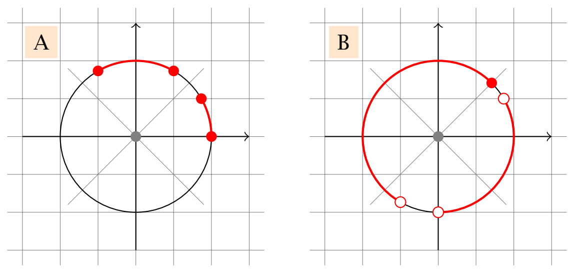
5.



6.



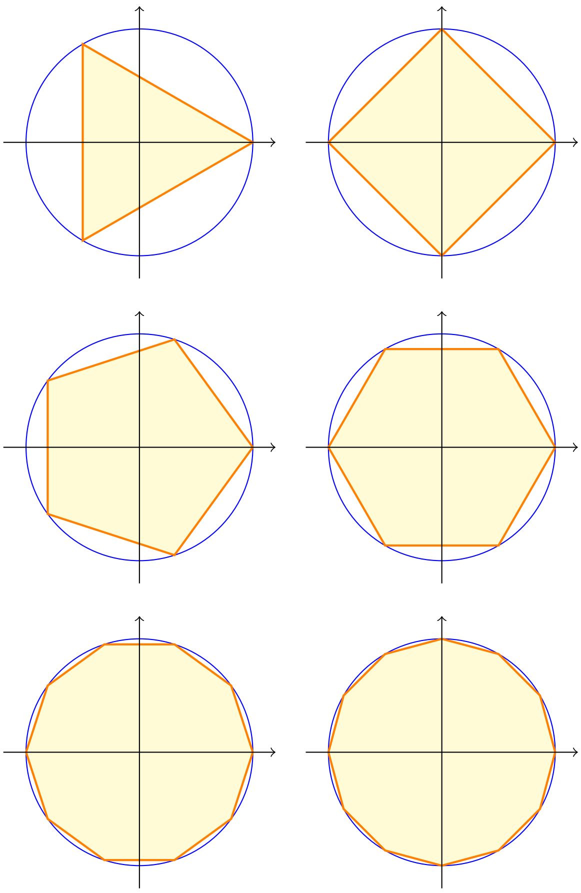
7.



2 Limites classiques

Exercice 4

Déterminez les coordonnées des sommets ainsi que le *périmètre* et l'*aire* des *polygones réguliers* suivants, inscrits au cercle trigonométrique :



Exercice 5

1. Montrez que, pour tout x de $\left]0; \frac{\pi}{2}\right[$:

$$0 < \sin(x) < x < \tan(x)$$

2. En déduire que

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

3. Quel est donc le *nombre dérivé* de sin en 0 ?
4. Calculez le nombre dérivé $\cos'(0)$.
5. Calculez $\sin'(a)$ pour un réel quelconque a.
6. Calculez $\cos'(a)$ pour un réel quelconque a.

Exercice 6

Soit Π_n un polygone régulier à n côtés inscrit dans un cercle trigonométrique. Notons A_n son *aire*, et P_n son *périmètre*.

1. Montrez que

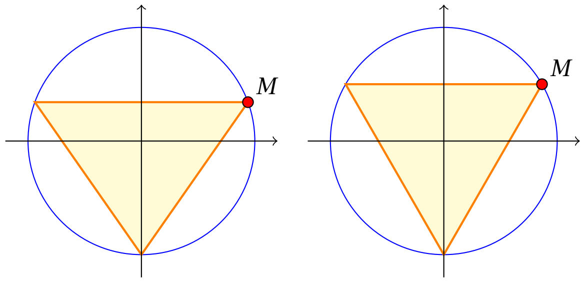
$$P_n = 2n \cdot \sin\frac{\pi}{n}\,, \quad A_n = \frac{n}{2} \cdot \sin\frac{2\pi}{n}$$

2. Calculez les *limites* de ces *suites* :

$$\lim_{n\to\infty} P_n\,, \quad \lim_{n\to\infty} A_n$$

Exercice 7

Considérons les *triangles* inscrits dans un cercle de rayon 1 :



1. Exprimez l'aire du triangle en fonction de l'angle polaire θ du point M.
2. Calculez la *dérivée* de cette fonction.
3. Déteminez le *sens de variation* de cette fonction.
4. Déterminez la valeur de θ pour laquelle l'aire du triangle est *maximale*.