

## Question 1

Dans le texte « Männerphantasien »<sup>1</sup> apparaissent les deux fonctions  $s$  (en relation avec la position optimale du centre de gravité d'une canette de bière) et  $\alpha$  (en relation avec l'angle optimal sous lequel nos amateurs de bière puissent voir les jambes de certaines femmes) définies par

$$s(x) = \frac{20x^2 + 1}{40x + 2}, \quad \alpha(x) = \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{1}{x}\right) - \arctan\left(\frac{x}{1,7}\right)$$

- 1° Calculez la *dérivée*  $s'$  de  $s$  en utilisant les règles de dérivation.
- 2° Calculez la *dérivée*  $\alpha'$  de  $\alpha$  en utilisant les règles de dérivation et en admettant provisoirement que

$$\forall t \in \mathbb{R} : \arctan'(t) = \frac{1}{1+t^2}$$

- 3° Construisez le *tableau des variations* de  $s$ .
- 4° Construisez le *tableau des variations* de  $\alpha$ .
- 5° **Pour les surdoués** — Déterminez  $s'$  en calculant la limite du taux de variation.

## Question 2

Une fenêtre a la forme d'un rectangle surmonté d'un demi-disque. Son aire mesure  $1 \text{ m}^2$ . On se propose de calculer les dimensions du rectangle, sachant que le périmètre est *minimal*.

- 1°  $x$  désigne la *largeur* de la fenêtre. Calculez sa *hauteur* en fonction de  $x$ .
- 2° Calculez son *périmètre* en fonction de  $x$ . Notons  $p$  cette fonction.
- 3° Étudiez le *sens de variation* de  $p$  (à l'aide de la dérivée).
- 4° Pour quelle valeur de  $x$  le périmètre est-il donc *minimal*, et que vaut-il alors approximativement ?
- 5° Pour quelles valeurs de  $x$  (approximativement) le périmètre est-il inférieur à  $5 \text{ m}$  ?

---

Répartition des points: 35+25 = 60.