1 Exponentielles

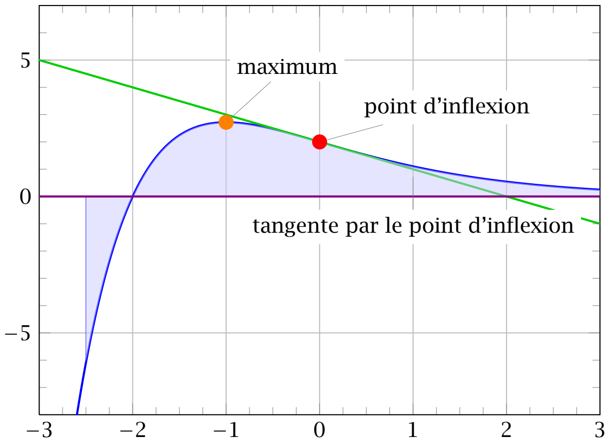
Exercice 1

Soit la *fonction* f définie par

$$f(x) = (x+2) \cdot \mathrm{e}^{-x}$$

et Γ_f la *courbe représentative* de f.

1. Faites l'*étude* de f :
   - *domaine de définition*
   - *limites* et *asymptotes*
   - *dérivée* et *tableau de variation*
   - *points d'inflexion*
   - *points d'intersection* de Γ_f avec les axes de coordonnées.
2. Déterminez une *équation des tangentes* à Γ_f aux points d'inflexion.
3. *Tracez* Γ_f et les tangentes trouvées précédemment dans un repère orthonormé d'unité graphique 1 cm.
4. Calculez l'*aire* $\mathcal{A}_\lambda$ de la surface délimitée par la courbe Γ_f, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = -\frac{5}{2}$ et $x = \lambda$ (où $\lambda > -2$).
5. Déterminez $\lim_{\lambda \to +\infty} \mathcal{A}_\lambda$.

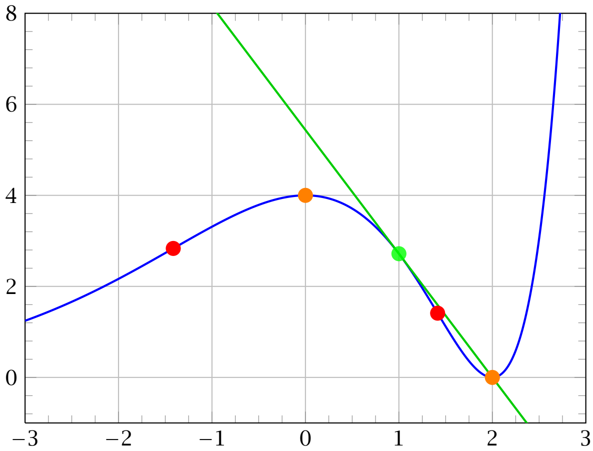


Exercice 2

On donne la *fonction* f définie par

$$f(x) = \mathrm{e}^{x} \cdot (2-x)^2$$

1. Déterminez le *domaine de définition* de f et étudiez le *comportement asymptotique* de f.
2. Étudiez le *sens de variation* de f et dressez son *tableau de variation.*
3. Étudiez l'existence de *points d'inflexion.*
4. Déterminez l'*équation de la tangente* $\mathcal{T}$ à la courbe Γ_f au point d'abscisse 1.
5. *Représentez graphiquement* f dans un repère orthonormé d'unité 1 cm. Tracez la tangente $\mathcal{T}$.
6. Soit un réel $\lambda < 0$. Calculez l'*aire* $\mathcal{A}_\lambda$ de la partie S du plan délimitée par la courbe Γ_f et les droites d'équations respectives $x = \lambda$, $x = 2$ et $y = 0$.
7. Calculez $\lim_{\lambda \to -\infty} \mathcal{A}_\lambda$.

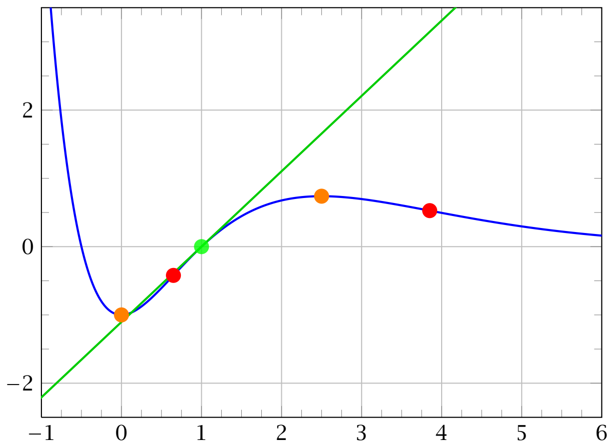


Exercice 3

On donne la fonction f définie par

$$f(x) = \mathrm{e}^{-x} \cdot (2x^2 - x - 1)$$

1. Déterminez le *domaine de définition* de f et étudiez le *comportement asymptotique* de f.
2. Étudiez le *sens de variation* de f et dressez son *tableau de variation.*
3. Étudiez l'existence de *points d'inflexion.*
4. Déterminez l'équation de la *tangente* $\mathcal{T}$ à la courbe Γ_f au point d'abscisse 1.
5. *Représentez* graphiquement f dans un repère orthonormé d'unité graphique 2 cm. Tracez la tangente $\mathcal{T}$.
6. Calculez l'*aire* en cm^2 de la partie S du plan délimitée par la courbe Γ_f et les deux droites d'équations respectives $y = 0$ et $x = 2$.

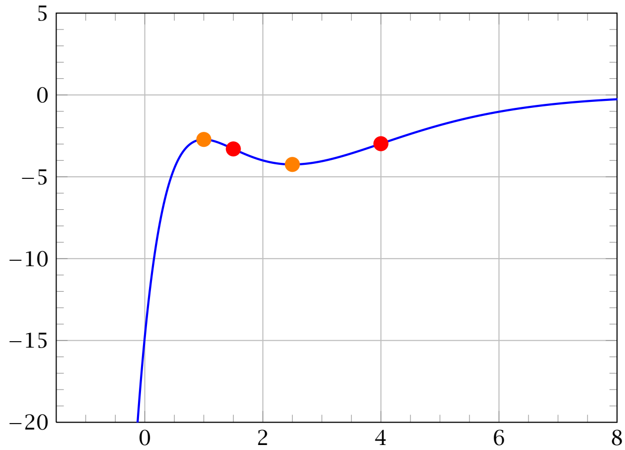


Exercice 4

Soit la fonction f définie par

$$f(x) = (-2x^2 + 3x - 2) \cdot e^{2-x}$$

1. Faites l'étude de f :
   - *domaine de définition*
   - *limites* et *asymptotes*
   - *dérivée*
   - *dérivée seconde*
   - *tableau de variation*
   - points d'*intersection* avec les axes
   - *représentation* graphique
2. Calculez l'*aire* du domaine compris entre la courbe Γ_f, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 1$.



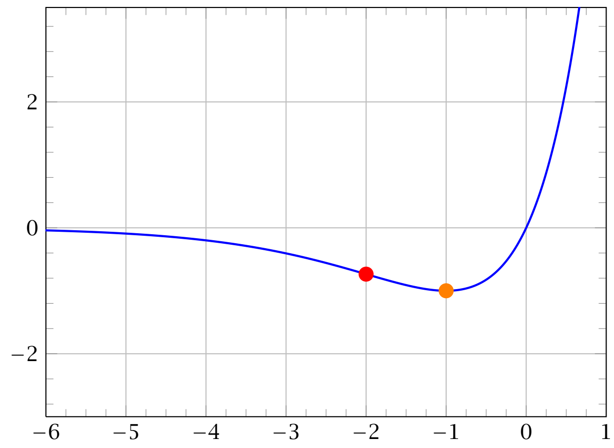
Exercice 5

On considère la fonction f définie par

$$f(x) = x \cdot e^{x+1}$$

1. – Déterminez le *domaine d'existence*,
   – calculez les *limites* aux bords du domaine,
   – trouvez les *asymptotes* éventuelles.
2. – Calculez les *dérivées* première et seconde,
   – déterminez les *extréma* et les *points d'inflexion*,
   – dressez un *tableau des variations*.
3. *Représentez* f graphiquement.
4. Calculez le *volume* $\mathcal{V}(t)$ engendré par rotation autour de l'axe des abscisses de l'aire délimitée par la courbe représentative de f et les droites $x = 0$ et $x = t$ $(t < 0)$.
5. Calculez ensuite

$$\lim_{t \to -\infty} \mathcal{V}(t)$$

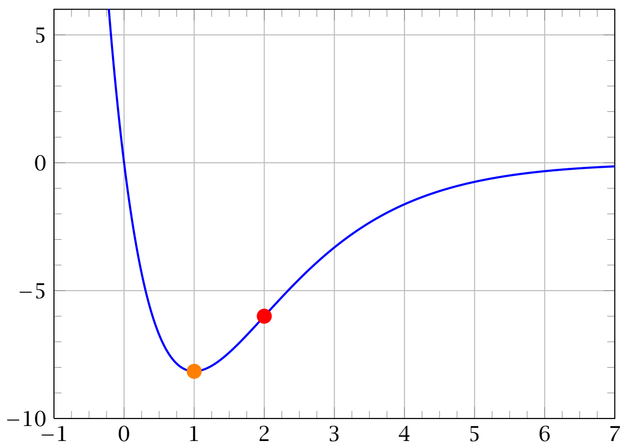


Exercice 6

On donne la fonction f définie par

$$f(x) = -3x \cdot e^{2-x}$$

1. Établissez l'équation de la *tangente* $\mathcal{T}$ à la courbe Γ_f passant par le point $A(4;0)$ et déterminez les coordonnées du *point de contact* de $\mathcal{T}$ avec Γ_f.
2. Soit $\lambda \in \mathbb{R}$ avec $\lambda > 4$. Calculez l'*aire* $\mathcal{A}(\lambda)$ de la partie du plan limitée par Γ_f, l'axe des x et les droites d'équation $x = 4$ et $x = \lambda$.
3. Trouvez $\lim_{\lambda \to +\infty} \mathcal{A}(\lambda)$.
4. Soit S la partie du plan limitée par Γ_f, l'axe des x, l'axe des y et la droite d'équation $x = 2$.
   Calculez le *volume* du corps engendré par la rotation de S autour de l'axe des x.



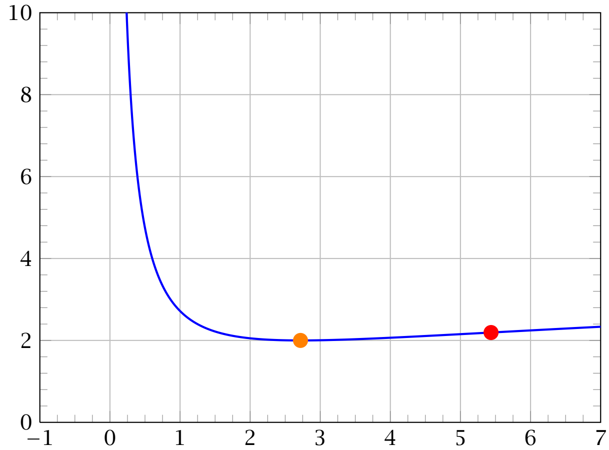
2 Logarithmes

Exercice 7

Soit la fonction $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$f(x) = \ln x + \frac{e}{x}$$

1. Étudiez la fonction f :
   - *domaine de définition*
   - *limites* et *asymptotes*
   - *dérivée première*
   - *dérivée seconde*
   - *tableau des variations* avec *extrémum* et *point d'inflexion*
   - *représentation graphique* dans un repère orthonormé.
2. Calculez l'*aire* $\mathcal{A}$ de la partie $\mathcal{S}$ du plan limitée par la courbe représentative de f, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \mathrm{e}$.
3. Calculez le *volume* $\mathcal{V}$ du solide engendré par la rotation de $\mathcal{S}$ autour de l'axe des abscisses.



Exercice 8

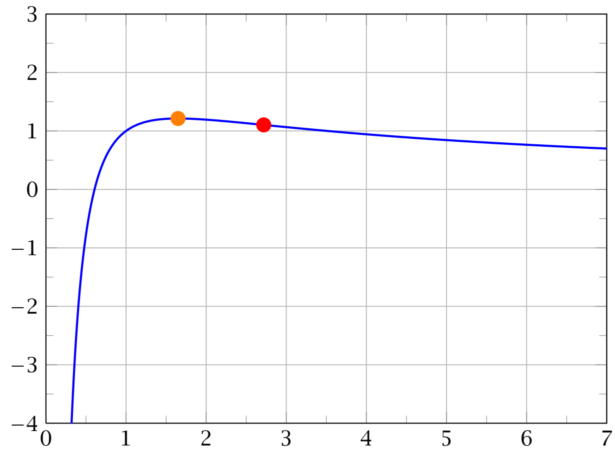
Soit f la fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par

$$f(x) = \frac{1 + 2\ln x}{x}$$

1. Étudiez f :
   - *domaines de définition* et de *continuité*
   - *limites* aux bornes du domaine et asymptotes
   - *sens de variation* et *extrema*
   - *concavité* et *points d'inflexion*
   - *racines*
   - *graphe* cartésien dans un repère orthonormé.
2. Calculez l'*aire* de la partie du plan comprise entre le graphe Γ_f, l'axe des x et les droites d'équation $x = \frac{1}{\mathrm{e}}$ et $x = \mathrm{e}$.
3. Soit la fonction g de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par

   $$g(x) = \frac{1 + \ln(x^2)}{x}$$

   Déterminez le *domaine de définition* de g, la *parité* de g et expliquez comment on obtient le graphe cartésien de g à partir de celui de f.



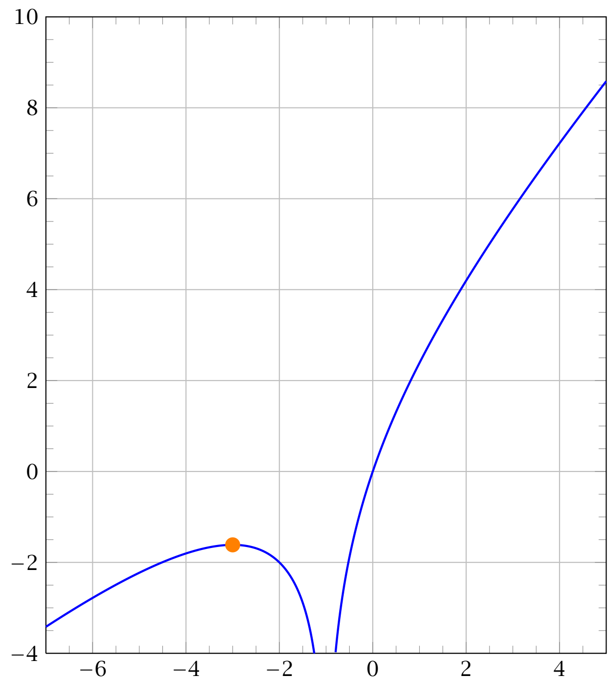
Exercice 9

Soit la fonction f définie par

$$f(x) = x + \ln(1 + x)^2$$

et Γ_f la courbe représentative de f.

1. Faites l'*étude* de f :
   - *domaine de définition*
   - *limites* et *asymptotes*
   - *dérivée* et *tableau de variation*
   - *concavité* de la courbe
2. Tracez Γ_f dans un repère orthonormé d'unité graphique 1 cm.
3. Calculez l'*aire* de la surface délimitée par la courbe Γ_f, l'axe des abscisses et la droite d'équation $x = \mathrm{e} - 1$.

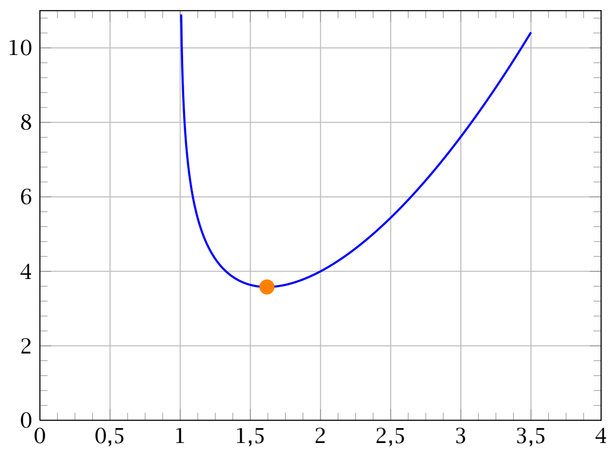


Exercice 10

Soit f la fonction définie par

$$f(x) = x^2 - 2\ln(x-1)$$

1. Faites une *étude* complète de f :
   - *domaine de définition*
   - *limites* et *asymptotes*
   - *dérivée* première et dérivée seconde
   - *tableau* récapitulatif
     - *variations*
     - *extrema* éventuels
     - *concavité*
     - *points d'inflexion* éventuels
   - *représentation* graphique dans un repère orthonormé
2. Calculez l'*aire* de la partie du plan limitée par Γ_f, l'axe des x et les droites d'équation $x = 2$ et $x = 3$.



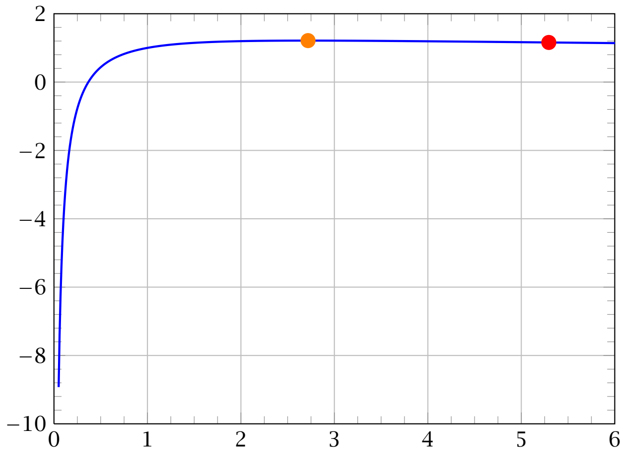
Exercice 11

Soit f la fonction définie par

$$f(x) = \frac{1 + \ln x}{\sqrt{x}}$$

et Γ sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan.

1. Précisez le *domaine de définition* de f et étudiez l'existence d'*asymptotes* à Γ.
2. Étudiez le *sens de variation* de f et dressez le *tableau de variation*.
3. Établissez une équation de la *tangente* à Γ au point d'abscisse $x = e^{-1}$.
4. *Représentez* f dans un repère orthonormé du plan (unité = 1 cm).
5. Calculez l'*aire* de la partie S du plan délimitée par la courbe représentative de f, l'axe des x et les droites d'équation $x = 1$ et $x = e$.
6. Calculez le *volume* du solide engendré par la rotation de la surface S autour de l'axe des x.



Exercice 12

On considère les fonctions f et g définies par

$$f(x) = \ln(4 - x^2) \qquad g(x) = \ln(x^2 + 2)$$

1. Pour chaque fonction, déterminez le *domaine d'existence*, calculez les *limites* aux bords du domaine, trouvez les *asymptotes* éventuelles.
2. Pour chaque fonction, calculez les *dérivées première et seconde*, déterminez les *extrema* et les *points d'inflexion*, dressez un *tableau des variations*.
3. *Représentez* graphiquement f et g dans un même repère ; déterminez les *points d'intersection* des deux courbes.
4. Calculez l'*aire* délimitée par les deux courbes.