

# Nombres complexes

---

## Question 1

On considère le polynôme à coefficients réels

$$P(z) = 2z^4 - 5z^3 + 3z^2 + 4z - 6.$$

1. Vérifiez que  $1 + i$  et  $1 - i$  sont des zéros de  $P$ .
2. Résolvez l'équation  $P(z) = 0$ .

## Question 2

La fonction  $f(z)$  de la variable *complexe*  $z$  est définie par

$$z^3 + 4(1 - i)z^2 - 2(7i + 2)z + 8i - 16$$

Sachant que cette fonction admet une seule racine *réelle*, déterminez les racines de  $f(z)$  et représentez-les dans le plan complexe.

## Question 3

Soit le polynôme  $P(z) = z^3 - 8iz^2 - (20 - i)z + 1 + 13i$ .

1. Calculez les racines *carrées* complexes de  $3 - 4i$  sous forme algébrique.
2. Résolvez dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $P(z) = 0$  après avoir vérifié que  $i$  est une solution.

## Question 4

*Factorisez* autant que possible le polynôme  $P(z) = 2z^3 + (14i - 5)z^2 - 23(1 + i)z - 10 - 15i$  après avoir vérifié que  $P(-5i) = 0$ .

## Question 5

1. Résolvez dans  $\mathbb{C}$  l'équation

$$\frac{2}{z} - \frac{1}{z + i} = -1$$

2. Soit

$$w = \frac{6 \cdot (\sqrt{3} - i) - 4 \cdot (1 + \sqrt{3} \cdot i)}{2 + 3i}$$

- (a) Écrivez  $w$  sous *forme algébrique*.
- (b) Calculez les racines *carrées* de  $w$ .
- (c) Calculez les racines *quatrième*s de  $w$ .