

1 Équations

1.1 Logarithmes

Exercice 1

Résolvez les équations suivantes.

1. $\log_6 x = \log_6 5 - 1$
2. $\log_5 x = \log_5 7 + 2$
3. $\log_2 x = \log_4 5$
4. $\log_2(x - 1) = 3$
5. $\log_x 9 + \frac{1}{2} \cdot \log_x 16 = 2$
6. $\log_2(x^3) - \log_2(x^2) = 4$
7. $(\log_2 x)^2 - 3 \cdot \log_2 x + 2 = 0$
8. $(\log_3 x)^2 + \log_3 x^2 - \log_3 27 = 0$
9. $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 3) = 0$
10. $\log_3 \sqrt{x - 5} + \log_3 \sqrt{2x - 3} = 1$
11. $\log_4 \log_3 \log_2 x = 0$
12. $\log_a \left(1 + \log_b (1 + \log_c (1 + \log_d x)) \right) = 0$
13. $\log_4 \left(2 \cdot \log_3 (1 + \log_2 (1 + 3 \cdot \log_2 x)) \right) = \frac{1}{2}$
14. $\log_2(x + 14) + \log_2(x + 2) = 6$
15. $\log_a y + \log_a(y + 5) + \log_a \frac{1}{50} = 0$
16. $\frac{\log(35 - x^3)}{\log(5 - x)} = 3$
17. $\log(x^2 - 12x + 20) = \log(4x - 8)$
18. $\log(3x - 9) = \log(x^2 - 9x + 18)$

Exercice 2

Résolvez les équations suivantes.

1. $\log_4^2(x + 1) = 1$
2. $|\log(x^2)| = 4$
3. $\log(x + 1) \cdot \log(x + 1)^2 = 8$
4. $\log(1 - x) \cdot \log(1 - x)^{-2} + 8 = 0$
5. $|\log(x - 2)| = 1$
6. $\log^2 x^2 = 4$
7. $|\log^2 x| = 1$
8. $1 - \log_4^2(x - 1)^2 = 0$
9. $\log(2 - x)^2 = \frac{3}{\log(2 - x)}$

$$10. \frac{1}{4} \cdot \log(3 - x)^4 - \frac{4}{\log(3 - x)} = 0$$

$$11. 3 \cdot \log^2 x - 2 \cdot \log x^2 + 1 = 0$$

$$12. \log_5^2 x + \log_5 x - 2 = 0$$

$$13. 3 \cdot \log_2^2 x - \log_2 x - 2 = 0$$

$$14. 2 \cdot \log_4^2 x - \log_4 x^5 + 2 = 0$$

$$15. \log_6^2 x - \log_6 x^2 + 2 = 0$$

$$16. 2 \cdot \log_4^2 x - \log_4 x^5 - 3 = 0$$

$$17. 2 \log_4^2 x + 2 \log_4 4x - 2 = 0$$

$$18. \log_2^2 x + 4 \cdot \log_4 2x = 1$$

$$19. 3 \log^2 x^2 - \log x = 1$$

$$20. \log_3^2 x - \log_3 3x = -1$$

$$21. 3 \log_5^2 x = 3 - 2 \log_5 5x$$

$$22. \log^2 x^2 + 2 \log 10x - 4 = 0$$

$$23. \log^2 x^2 - 3 \log x - 1 = 0$$

$$24. 4 \log_3^2 x - 7 \log_3 3x + 7 = 0$$

1.2 Puissances

Exercice 3

Résolvez les équations suivantes.

1. $2^{x^2} = 16$
2. $4^x = \frac{1}{64}$
3. $2^{x^2 - x - 3} = \frac{1}{2}$
4. $(2^x)^2 - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$
5. $9^x + 4 \cdot 3^x - 5 = 0$
6. $7^{x+1} - 7^{x-1} = 48$
7. $15 \cdot 3^{x-1} + 3^{x+1} + 3^x = 27$
8. $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$
9. $3 \cdot 9^{x-1} + 2 \cdot 3^{x-1} - 1 = 0$
10. $9 \cdot 9^{x-1} + 2 \cdot 3^x + 1 = 0$
11. $7^{x+2} + 4 \cdot 7^{x-1} = 347$
12. $4^{x-1} + 3 \cdot 4^{x+1} = 196$
13. $3^{2x-1} + 5 \cdot 3^{2x+1} = 138$
14. $4^{-x+1} - 3 \cdot 4^{-x-1} = 52$
15. $5^{1-x} + 3 \cdot 5^{2-x} = 80$

16. $2^{2x+1} - 7 \cdot 2^{2x-3} = 72$

17. $3^{-x} + 2 \cdot 3^{1-x} = 21$

18. $5^{x+2} - 7 \cdot 5^{x-1} = 118$

19. $2^{3-x} + 5 \cdot 2^{1-x} = 144$

20. $6^{x+1} + 4 \cdot 6^{x-1} = 40$

21. $\left(\frac{4}{9}\right)^x \cdot \left(\frac{27}{8}\right)^{x-3} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^x}$

22. $\left(\frac{5}{12}\right)^x \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^{x-1} = \frac{10}{3}$

23. $\left(\frac{5}{3}\right)^x \cdot \left(\frac{3}{10}\right)^{x-1} = \frac{40}{3}$

24. $\left(\frac{5}{2}\right)^{3x} \cdot \left(\frac{4}{25}\right)^{x+1} = \frac{5}{2}$

25. $2^{x+2} \cdot 3^{x-2} = 16 \cdot 36^{x-2}$

26. $\left(\frac{7}{12}\right)^x \cdot \left(\frac{6}{7}\right)^{x-1} = \frac{14}{3}$

27. $9^x + 6^x = 2^{2x+1}$

28. $9 \cdot 4^{x-1} + 8 \cdot 9^{x-1} = 3 \cdot 6^x$

29. $12^x - 6^{x+1} + 8 \cdot 3^x = 0$

30. $7 \cdot 9^x + 4 \cdot 21^x - 3 \cdot 49^x = 0$

31. $7 \cdot 25^x + 2 \cdot 35^x - 5 \cdot 49^x = 0$

Exercice 4

Résolvez les équations suivantes.

1. $3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x$

2. $3^{2x+4} + 45 \cdot 6^x - 9 \cdot 2^{2x+2} = 0$

3. $3^{2x+4} + 45 \cdot 6^x = 17 \cdot 2^{2x+2}$

4. $8^x + 12^x = 2 \cdot 27^x$

5. $8^x + 18^x - 2 \cdot 27^x = 0$

6. $9^x + 6^x = 15 \cdot 2^{2x-2}$

7. $3 \cdot 4^{-\frac{1}{x}} + 6^{-\frac{1}{x}} = 2 \cdot 9^{-\frac{1}{x}}$

8. $2^{2x} \cdot 9^x - 2 \cdot 6^{3x-1} + 4^{2x-1} \cdot 3^{4x-2} = 0$

9. $3^{3x} + 2 \cdot 48^x = 3 \cdot 64^x$

10. $2^{x-1} - 3^x = 3^{x-1} - 2^{x+2}$

11. $2^{x-1} - 5^x = 5^{x-2} - 3 \cdot 2^{x+1}$

12. $5^{x+1} - 4^{x-1} = 5^{x-1} + 23 \cdot 4^{x-1}$

13. $3 \cdot 5^{2x-1} - 2 \cdot 5^{x-1} = \frac{1}{5}$

14. $6^{x+1} + 5^{x+2} = 6^{x+2} - 5^{x+1}$

15. $4^x + 9^{x+1} = 2 \cdot 4^{x+1} - \frac{3}{2} \cdot 9^x$

16. $7^{x-5} + 3^{x-4} = 7^{x-4} - 3^{x-4}$

17. $4^x - 10 \cdot 2^{x-1} - 24 = 0$

18. $9^{x^2-1} - 36 \cdot 3^{x^2-3} + 3 = 0$

19. $9^{\sqrt{x-5}} - 27 = 6 \cdot 3^{\sqrt{x-5}}$

20. $3^{2x+2} + 5 \cdot 6^x - 2^{2x+2} = 0$

21. $3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x$

22. $4^{x+3} + 9^{x+3} - 12 \cdot 6^{x+2} = 0$

23. $4 \cdot 25^x - 21 \cdot 10^x - 25 \cdot 4^x = 0$

24. $16 \cdot 9^{x-2} + 7 \cdot 12^{x-2} - 9 \cdot 16^{x-2} = 0$

2 Inéquations

2.1 Logarithmes

Exercice 5

Résolvez les inéquations suivantes.

1. $\log_2 x < \log_2 4$

2. $\log_3 x > \log_3 4$

3. $\log_5 x \geq \log_{25} 36$

4. $\log_7 x < 1$

5. $\log_7 x > -1$

6. $\log_2 x \leq \log_4 9 + \log_2 3$

7. $\log_{\frac{1}{5}} x < \log_{\frac{1}{5}} 3$

8. $\log_{\frac{1}{3}} x > \log_{\frac{2}{3}} 5$

9. $\log_{0,5} x \geq 1$

10. $\log_{\frac{2}{3}} \leq -1$

11. $\log_{0,1}(3-x) > 1 + \log_{0,1} 20$

12. $\log_2(\log(x-1)) > 0$

13. $\log(2 - \log_2 x) > 0$

14. $\log(\log(x^2+1)) \geq 1$

15. $\log_4(2x) < -1$

16. $\frac{1}{2} + \log_9 x - \log_3 5x > \log_{\frac{1}{3}}(x+3)$

17. $\log_{\frac{x-1}{x+5}} \frac{3}{10} > 0$

18. $\log_{1,5} \frac{2x-8}{x-2} < 0$
19. $\log_{0,3}(x^2 - 5x + 7) > 0$
20. $\log_{1,2}(x - 2) + \log_{1,2}(x + 3) < \log_{1,2} 5$

2.2 Puissances

Exercice 6

Résolvez les inéquations suivantes.

1. $2^x > \sqrt{2}$
2. $\left(\frac{7}{8}\right)^x < 1$
3. $0,2^x \leq 0,04$
4. $3^x \leq 81$
5. $\frac{1}{2^x} < 8$
6. $\frac{1}{4^x} \geq 16$
7. $5^{x+1} < 125$
8. $4^{x+1} - 4^{x-1} < 15$
9. $3^{x+1} + 12 \cdot 3^{x-1} \leq 21$
10. $8 \cdot 7^x - 49^x > 7$
11. $4^x - 2^x \geq 2$
12. $\frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{8+x} - 81}{x^2 + 2x + 5} < 0$
13. $x^{\frac{2x-1}{3-x}} > 1$
14. $5^{2x+1} > 5^x + 4$
15. $0,5^{x-2} > 6$
16. $25^x < 6 \cdot 5^x - 5$
17. $0,5^x \leq 0,25^{x^2}$
18. $5^{\log_x \frac{x-2}{x}} < 1$