

## Question 1

Résolvez les *équations* suivantes.

1.  $\log_3 \sqrt{x-5} + \log_3 \sqrt{2x-3} = 1$
2.  $\log_{16}(8-x^2) - \frac{1}{2} \cdot \log_4(5x-2) = \frac{1}{4}$
3.  $2^{1-2x} + \left(\frac{1}{2}\right)^x = 3$

## Question 2

Résolvez les *inéquations* suivantes.

1.  $\frac{2e^x + 1}{e^x - 1} \leq e^x + 3$
2.  $6 \cdot e^x - 7 - 14 \cdot e^{-x} + 15 \cdot e^{-2x} \geq 0$
3.  $\log_{\frac{1}{2}}(9-x^2) - \log_{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{x} \geq \log_8 x$

## Question 3

Calculez les *limites* suivantes.

1.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \cdot (1 + \ln^2 x)$
2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} -2x + 1 - \frac{x}{\ln x}$
3.  $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}}$

## Question 4

L'évolution de la concentration d'un médicament dans le sang peut être décrite par une fonction  $f$  dont l'expression est du type

$$f(t) = a \cdot (e^{-bt} - e^{-t})$$

où

- $a$  et  $b$  sont des constantes strictement positives,
  - $t$  désigne le temps en heures après la prise du médicament qui s'effectue au moment  $t = 0$ ,
  - $f(t)$  est exprimé en millilitres par litre de sang.
- 1° - Vérifiez qu'à l'instant  $t = 0$ , la concentration dans le sang est nulle.
- Déterminez la constante  $b$ , sachant que la concentration est maximale à l'instant  $t = 2 \ln 2$ .
  - En prenant  $b = \frac{1}{2}$ , déterminez la constante  $a$ , sachant que la concentration maximale est de  $2,5 \text{ ml/l}$ .
- 2° Les constantes  $a$  et  $b$  dépendent du médicament administré. Pour un autre médicament, on a :  $a = 11$ .
- Déterminez alors la constante  $b$  pour qu'après 6 heures la concentration soit de 2 millilitres par litre de sang.
  - Quelle est alors la concentration maximale ?
  - À quel moment est-elle atteinte ?
- 3° On prend :  $a = 10$  et  $b = \frac{1}{2}$ .
- Faites une brève étude de  $f$  sur  $[0; +\infty[$  :
    - comportement asymptotique en  $+\infty$ ,
    - variations,
    - graphique.
  - Déterminez l'instant  $t$  où la concentration du médicament dans le sang est retombée à 75% de sa valeur maximale.

---

Répartition des points: 15+15+15+15 = 60.