**1** Comme un ha correspond à $10\,000\,\mathrm{m}^2$, un litre devrait donc suffire.

**2** Posons : $hp = 0,40$ et $hc = 0,25$ ; vous devez *évaluer*, *comparer* les expressions et les *ranger par ordre croissant* :

1. $10 \cdot hc + 5 \cdot hp$
2. $12 \cdot hp$
3. $17 \cdot hc$
4. $5 \cdot hc + 8 \cdot hp$
5. $9 \cdot hc + 6 \cdot hp$

**3** 50 graduations représentent 2 mm ; 10 graduations en sont la cinquième partie. Ces 10 graduations représentent par conséquent $\frac{2}{5}\,\mathrm{mm} = 0,4\,\mathrm{mm}$.

**4** Il suffit de calculer $0,0025 \cdot 360$. Mais comme 0,25% est un quart de 1%, on peut calculer :

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{100} \cdot 360$$

**5** Nous devons évaluer l'expression $2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 9^2$.

**6** Nous savons qu'en une heure, la voiture parcourt une distance de 90 km ; 90 km sont les $\frac{90}{100}$ de 100 km.

La voiture consomme donc $\frac{90}{100} \cdot 6$ litres d'essence.

**7** « Il existe au moins un élève de notre classe qui n'aime pas le chocolat. »

**8** Un mètre carré vaut $10\,000\,\mathrm{cm}^2$.

Aire de la feuille : $623,7\,\mathrm{cm}^2$, c'est-à-dire les $\dfrac{623,7}{10\,000}$ de 10 000.

La masse d'une feuille est donc de $\dfrac{623,7}{10\,000} \cdot 80$ grammes.

**9** Calculons les carrés de quelques entiers naturels :

- $0^2 = 0$
- $1^2 = 1$
- $2^2 = 4$
- $3^2 = 9$
- $4^2 = 16$
- $5^2 = 25$
- $6^2 = 36$
- $7^2 = 49$
- $8^2 = 64$
- $9^2 = 81$
- $10^2 = 100$
- $11^2 = 121$

La suite des chiffres des entiers des carrés est donc :
$0, 1, 2, 4, 9, 6, 5, 6, 9, 4, 1, 0, \ldots$
Le chiffre 8 n'apparaît jamais.

**10** Évaluons ces expressions afin de pouvoir les comparer :

- $9 - 8 = 1$
- $16 - 16 = 0$
- $64 - 81 < 0$
- $25 - 32 < 0$
- $125 - 723 < 0$

Le plus grand de ces nombres est donc $3^2 - 2^3$.

**11** Dans cette firme, les employés masculins représentent donc 60% de l'effectif. La différence entre le nombre d'hommes et de femmes dans cette firme est donc de 20%. Ces 20% représentent 250 personnes.
Or $20\% = \frac{1}{5}$, de sorte que le nombre total d'employés est $5 \cdot 250$.

**12** Considérons un prix initial de 100 €.
– Après la première réduction, le prix (en €) est :

$$0,9 \cdot 100 = 90$$

– Après la seconde réduction, le prix (en €) est :

$$0,8 \cdot 90 = 0,72$$

Le prix initial a donc baissé de 28 €, ce qui correspond à une réduction de 28%, et non pas de 30% !

**13** On a :

$$\begin{aligned} & 2006 \cdot 2005 - (2 \cdot 2006) \cdot 1002 \\ &= 2006 \cdot (2005 - 2 \cdot 1002) \\ &= 2006 \cdot (2005 - 2004) \\ &= 2006 \cdot 1 \end{aligned}$$

**14** Il s'agit de déterminer les multiples de 12 compris entre 100 et 999 (exprimé autrement : on recherche les multiples de 12 à 3 chiffres).
– Le premier multiple de 12 qui convient est $9 \cdot 12$ ;
– le dernier multiple de 12 est $83 \cdot 12$ (il suffit de faire la division euclidienne de 999 par 12).
Les multiples de 12 cherchés sont donc :

$$9 \cdot 12 \quad 10 \cdot 12 \quad \ldots \quad 83 \cdot 12$$

Nous devons compter les entiers de 9 à 83 : il y en a exactement 75.

**15** Aire de la surface imprimée :

$$(21 - 2 - 2) \cdot (29 - 4 - 4) = 357$$

Cela correspond à un pourcentage de

$$\frac{357}{21 \cdot 29} \cdot 100 \approx 58,62\%$$

**16** Elle a mangé $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$ du morceau.

**17** On a : $(-1)^3 - (-1)^2 = (-1) - (+1) = -2$

**18** Exprimé autrement : nous devons calculer le PPCM de 39 et 65. Nous observons que :

$$39 = 3 \cdot 13 \quad 65 = 5 \cdot 13$$

Le plus petit multiple commun est donc : $3 \cdot 5 \cdot 13$.

**19** Remarquons que
- d'une part : 99 % de 19 sont : $\frac{99}{100} \cdot 19 = \frac{99 \cdot 19}{100}$
- d'autre part : 19 % de 99 sont : $\frac{19}{100} \cdot 99 = \frac{19 \cdot 99}{100}$

Conclusion : La différence est 0.

**20** On a :
- 10 % de 500 $= \frac{10 \cdot 500}{100} = \frac{5\,000}{100}$
- 2 % de 2 500 $= \frac{2 \cdot 2\,500}{100} = \frac{5\,000}{100}$
- 40 % de 125 $= \frac{40 \cdot 125}{100} = \frac{5\,000}{100}$
- 25 % de 2 000 $= \frac{25 \cdot 2\,000}{100} = \frac{50\,000}{100}$
- 8 % de 625 $= \frac{8 \cdot 625}{100} = \frac{5\,000}{100}$

**21** La phrase trois.

**22** On a :
1. $\frac{1}{6} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1 \cdot 2}{6 \cdot 3} = \frac{1}{9}$
2. $\frac{10}{\frac{1}{2}} = \frac{2 \cdot 10}{2 \cdot \frac{1}{2}} = 20$

**23** Notons $x$ le nombre (inconnu) de fleurs plantées le premier jour. Le problème proposé peut être traduit par l'équation suivante :

$$x + (x + 12) + (x + 24) + (x + 36) + (x + 48) = 200$$

dont la solution est : $x = 16$

**24** Notons $x$ le prix du cahier. Nous pouvons écrire l'équation suivante :

$$x + (x - 0,4) = 1,5$$

dont la solution est $x = 0,95$

**25** Une tonne de sel (c'est-à-dire 1 000 kg) est composée de $\frac{1\,000}{32}$ parties à 32 kg. Nous avons donc besoin de

$$\frac{1\,000}{32} \cdot 1\,000 = 31\,250$$

litres d'eau.

**26** Les résultats sont 625 et $\frac{5}{3}$.

**27** Les résultats sont 1 et 1.

**28** $x$ est solution de l'équation

$$3 \cdot \frac{1}{2} \cdot x - 8 = 13$$

dont la solution est 14.

**29** Le tonnelet vide pèse $12 - 8 = 4$ kg

**30** Notons $x$ le numéro cherché. Il est défini par l'équation

$$x + (x + 1) = 841$$

dont la solution est 420.

**31** Traduisons à l'aide d'expressions arithmétiques :
1. $0,02^3 - 0,003^2 = -0,000\,001$
2. $3 \cdot 2^2 + 2 \cdot 3^2 = 30$

**32** Une année compte environ $365 \cdot 24 \cdot 3600$ secondes, c'est-à-dire 1 a = 31 536 000 s. Un milliard de secondes correspond donc à 32 ans (environ).

**33** On obtient : $0,011^2 = 0,000\,121$

**34** On a :
1. $(0,1 + 0,01)^2 = 0,0121$
2. $0,1^2 + 0,01^2 = 0,0101$

**35** On a :
1. $(1,9 - 1,7)^2 = 0,04$
2. $1,9^2 - 1,7^2 = 0,72$

**36** Supposons que les 45 poissons constituent un bon *échantillon* de l'ensemble des poissons du lac : la *proportion* de carpes dans l'échantillon est proche de celle du lac : $\frac{21}{45}$. D'où l'estimation : $\frac{21}{45} \cdot 27\,000 = 12\,600$.

**37** Rappelons qu'un litre est l'équivalent de 1 dm$^3$. Donc : $2,1\,\text{m}^3 = 2\,100\,\text{l}$.
D'où le nombre de seaux : $\frac{2\,100}{7} = 300$.

**38** Base de la piscine : $10 \cdot 5\,\text{m}^2$
Volume de l'eau : $10\,\text{m}^3$.
D'où la hauteur : $\frac{10}{10 \cdot 5} = \frac{\cancel{10}^{\,1}}{\cancel{10} \cdot 5} = \frac{1}{5} = 0,2\,\text{m}$

**39** Le choix le plus avantageux est (par exemple) celui qui correspond au prix par cm$^2$ le plus bas.
- petite taille : $\frac{30}{30\cdot 30} = \frac{1}{30}$
- grande taille : $\frac{40}{40\cdot 40} = \frac{1}{40}$

Pour un € nous obtenons donc
- dans le premier cas : 30 cm$^2$
- dans le deuxième cas : 40 cm$^2$

**40** Déterminons les éléments de $\{1;2;3;\dots 14\}$ n'ayant que 1 comme diviseur commun avec 14. Comme $14 = 2\cdot 7$, nous devons éliminer les multiples de 2 et 7. Ce qui donne : $\{1;3;5;9;11;13\}$

**41** Sachant que $1\,000 = 2^3\cdot 5^3$, on a :

1. $\dfrac{2^6\cdot 5^3}{1\,000} = \dfrac{2^3\cdot 2^3\cdot 5^3}{1\,000} = \dfrac{2^3\cdot \cancel{1\,000}}{\cancel{1\,000}} = 8$
2. 0,072 3

**42**

1. $(8^2-5^2)+2\cdot 8\cdot 5 = 64-25+80$
2. $(-1)^3-(-4)^2 = -1-16 = -17$

**43** Ordonnons les nombres par *ordre croissant* :

$$-\frac{3}{2} < -\frac{37}{30} < -1 < -\frac{1}{2} < -\frac{1}{5}$$

$-\frac{3}{2}$ est donc le plus petit.

**44** Il s'agit de résoudre une équation :

$$\begin{aligned}\frac{1}{5} = \frac{1}{7}+\frac{1}{x} &\iff \frac{1}{5}-\frac{1}{7} = \frac{1}{x}\\ &\iff \frac{7-5}{35} = \frac{1}{x}\\ &\iff \frac{2}{35} = \frac{1}{x}\\ &\iff x = \frac{35}{2}\end{aligned}$$

**45** Tiens, encore une équation !

$$\begin{aligned}\frac{2}{x-3} = \frac{1}{2} &\iff \frac{x-3}{2} = 2\\ &\iff x-3 = 4\\ &\iff x = 7\end{aligned}$$

**46** Dans le mélange final, il ne subsiste plus que $\frac{9}{16}$ de la quantité de jus initiale.
Il y a donc

$$\frac{7}{16}\cdot 1\,000 = 437{,}5$$

millilitres d'eau dans le mélange.

**47** Le reste est 0 puisque $3^n$ est un multiple de 9 pour $n > 2$.

**48**
- Comme $1\,492 = 17\cdot 87+13$, il y a 88 multiples de 17 précédant 1 492.
- Comme $1\,789 = 17\cdot 105+4$, il y a 106 multiples de 17 précédant 1 789.
- Il y a donc $106-88$ multiples de 17 entre 1 492 et 1 789.

**49** Masse du bouchon : $x$
On obtient l'équation :

$$x+(100+x) = 110$$

Solution : $x = 5$.
Donc : la masse du bouchon est de 5 g, celle de la bouteille 105 g.

**50** Afin de pouvoir comparer les longueurs des sauts, nous allons ramener toutes les tailles à 1 m.

| | |
|---|---|
| tigre | $\frac{5}{3} \approx 2,7$ |
| puce | $\frac{0{,}6}{0{,}003} = 200$ |
| sauterelle | $\frac{2}{0{,}065} \approx 30,8$ |
| kangourou | $\frac{13{,}5}{1{,}2} \approx 11,3$ |
| grenouille | $\frac{2}{0{,}06} \approx 33,3$ |
| renard | $\frac{2{,}8}{1{,}2} \approx 2,3$ |
| lion | $\frac{5}{1{,}9} \approx 2,6$ |
| cerf | $\frac{10{,}8}{2{,}4} = 4,5$ |
| souris | $\frac{0{,}7}{0{,}09} \approx 7,8$ |

**51** $-80$, $-222$, 1 039, 389

**52** Quatsch !
- jeder zehnte : $\frac{1}{10} = 0,1$
- jeder fünfte : $\frac{1}{5} = 0,2$
- fünf Prozent : 0, 05.

**53**
- Hauteur : $0,7 \cdot 29,7$
- Largeur : $0,7 \cdot 21$
- Aire : $(0,7 \cdot 29,7) \cdot (0,7 \cdot 21) = 0,49 \cdot (29,7 \cdot 21)$

Conclusion : l'aire de la copie représente 49 % de l'aire initiale.

**54** Distinguons et comptons les entiers qui s'écrivent avec un seul chiffre, avec deux chiffres, avec trois chiffres :

| pages | nombre de chiffres |
|---|---|
| $1 \longmapsto 9$ | 9 |
| $10 \longmapsto 99$ | $90 \cdot 2$ |

Anne a donc écrit 189 chiffres entre les pages 1 et 99. Il lui reste alors $228 - 189 = 39$ chiffres à écrire ; or $39 = 3 \cdot 13$, ce qui signifie qu'il lui faut encore écrire 13 nombres à 3 chiffres : de 100 à 112.
Le journal contient donc les pages de 1 à 112.

**55** Nombre de cartes expédiées en janvier : $x$. D'où l'équation

$$x+(x+7)+(x+14)+(x+21)+(x+28)+(x+35) = 135$$

dont la résolution s'écrit :

$$\begin{aligned} 6x + 105 &= 135 \\ 6x &= 30 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

En juin, Laura a expédié donc $5 + 35 = 40$ cartes.

**56** 100 %, évidemment.

**57** Le pourcentage du temps consacré à dormir :

$$\frac{5 \cdot 8 + 2 \cdot 11,5}{7 \cdot 24} = 37,5\,\%$$

**58** Si nous notons $j$ les pourboires de Jean, ses affirmations se traduisent par l'équation

$$\left(\tfrac{1}{4} + \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{2}\right) \cdot j = 260$$

dont la solution est $j = 240$.
Si nous notons $p$ les pourboires de Pierre, ses affirmations se traduisent par l'équation

$$\left(\tfrac{1}{5} + \tfrac{1}{6} + \tfrac{1}{10}\right) \cdot p = 112$$

dont la solution est $p = 240$.
Donc ...

**59**
1. $3a$
2. $-7a + 8b$
3. $ab + a + b + 1$
4. $y - 5 - 3xy + 15x$
5. $3ab - 5b - 4$
6. $-4ab + 4b - 2a - 3$

**60** Nous comparons les proportions de bonbons à l'orange :
- dans le premier pot, la proportion est de $\frac{6}{16}$
- dans le second pot, la proportion est de $\frac{8}{22}$

Comme $\frac{6}{16} > \frac{8}{22}$, Julien devrait choisir le premier pot.
On pourrait aussi dire qu'en choisissant le premier pot, les chances de Julien de tomber sur un bonbon à l'orange sont de 6 contre 10 ; tandis que pour le second pot, ses chances sont de 8 contre 14 ; or $\frac{6}{10} > \frac{8}{14}$.

**61** Le calcul de Luc correspond à l'expression algébrique

$$\frac{n + (n+1) + 9}{2} - n$$

En simplifiant, on obtient

$$\frac{2n + 10}{2} - n = \frac{2 \cdot (n+5)}{2} - n = (n+5) - n = 5$$

**62** En utilisant les propriété d'associativité et de commutativité :
1. $(37 \cdot 3) \cdot 4 = 111 \cdot 4 = 444$
2. $37 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 111 \cdot 10 = 1\,110$
3. $37 \cdot 3 \cdot 5 = 111 \cdot 5 = 555$
4. $37 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 15 = 111 \cdot 30 = 3\,330$
5. $37 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 = 111 \cdot 20 = 2\,220$

**63** C'est complètement faux !

**64** $\frac{6 \cdot 5}{2} = 15$

12 personnes car $\frac{12 \cdot 11}{2} = 66$

**65**
1. 6,15
2. 6,6
3. 6,475
4. 22,225
5. 12,96

**66**

| | |
|---|---|
| 512 | 218 |
| 1 728 | 432 |
| 136 | 1,111 |
| 123 | 152 |
| 551 371 | 46 656 |
| 411 | 520 |
| 0,15 | 0,308 1 |
| 0,044 1 | 0,022 5 |
| 91 | 0,909 |